Cauchyverteilung

Die Cauchyverteilung ist gegeben durch

$$c(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(x - x_0)^2 + \gamma^2} \tag{1}$$

Schreiben Sie für diese Übung ein MATLAB-Skript mit dem Namen

`cauchyfit.`

Definieren Sie die Verteilung 1 als `function_handle`, und erzeugen Sie einen Vektor `x`, der auf dem Intervall $[-10, 10]$ 300 Stützstellen enthält. Setzen Sie `x0` auf 1 und `gam` auf 0.5.

---

1. Berechnen Sie die Verteilung 1 für den Vektor `x` und oben angeführte Werte für die Parameter. Speichern Sie das Ergebnis im Vektor `yc`.
2. Berechnen Sie nun das Integral

$$Y(x) = \int_{x_{\text{low}}}^{x} c(z) dz \tag{2}$$

als Funktion von x näherungsweise in einer `for`-Schleife für jeden Wert im Vektor `x`. Verwenden Sie als Ergebnisvariable `yi`, und setzen Sie `x_low` auf -20.

<u>Hinweis:</u>

Nutzen Sie dabei die Linearität des Integrals in den Grenzen aus.

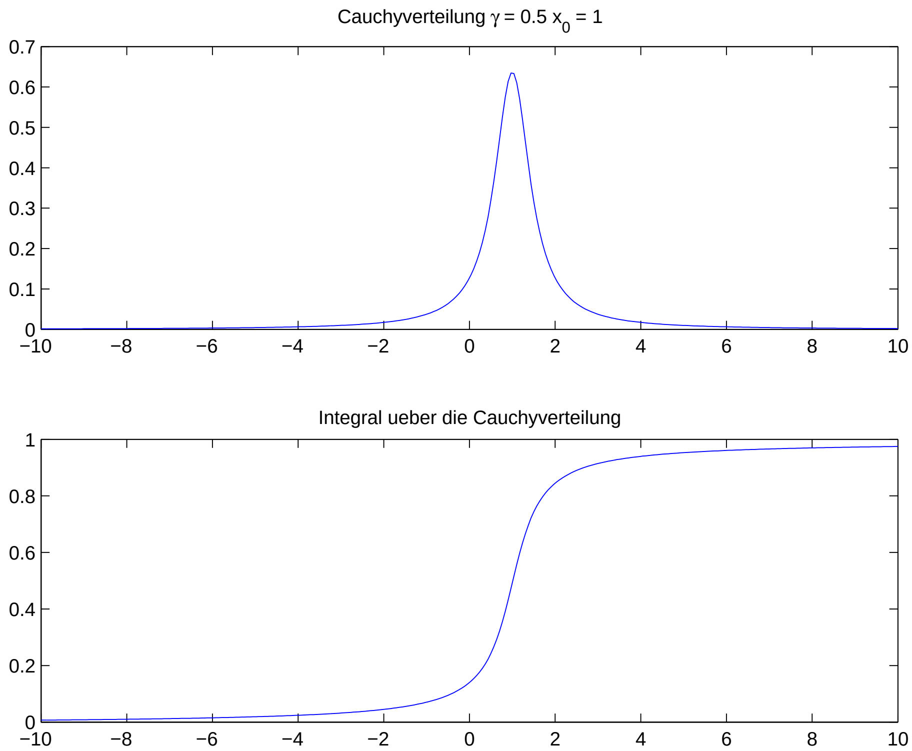
$$\int_{x_1}^{x_3} f(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_3} f(x)dx \tag{3}$$

Sie können entweder in der for-Schleife jedes Teilintegral berechnen und anschließend den `cumsum`-Befehl verwenden, oder sie führen die Addition direkt in der Schleife durch. In jedem Fall müssen Sie das Integral für das erste Intervall außerhalb der Schleife berechnen.

Stellen Sie anschließend in einer Figure mit zwei Achsensystemen (`subplot`) folgendes dar:

1. Im ersten Achsensystem die Verteilung 1 als Funktion von `x`.
2. Im zweiten Achsensystem das Integral 2 als Funktion von `x`.
3. Schreiben Sie jeweils eine beliebige Überschrift.

Der von Ihnen erzeugt Plot sollte in etwa folgendes Aussehen haben:



Nun sollen Sie Testdaten erzeugen, und anschließend die Parameter der Verteilung 1 an diese Testdaten fitten. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:

1. **Erzeugen der Datenpunkte:**
   (a) Erzeugen Sie einen Vektor `xd` der auf dem Intervall $[-1, 3]$ 10 Punkte enthält. Berechnen Sie dazu nach Glg. 1 die zugehörigen Punkte `yd`, wobei Sie `x0` und `gam` wie oben definiert verwenden.
   (b) Verrauschen Sie diese Datenpunkte indem Sie zu jedem Wert in diesen Vektoren jeweils eine gleichverteilte Zufallszahl aus dem Intervall (-0.05,0.05) addieren.
   (c) Beachten Sie die Reihenfolge: Verrauschen Sie zuerst xd, dann yd.
2. **Fitten an die Datenpunkte:**
   (a) Verwenden Sie `nlinfit` um die Parameter der Cauchyverteilung (γ und x_0) an diese Datenpunkte anzupassen. Verwenden Sie dafür das zu Beginn definierte `gam` und `x0` als Startwerte. Speichern Sie die gefitteten Parameter im Vektor `a_f`.

   Hinweis:

   Übergeben Sie die Startwerte so an `nlinfit`, dass `x0` der erste Fitparameter ist.
   (b) Berechnen Sie nun die Cauchyverteilung unter Verwendung der soeben errechneten Parameter über den Stüzstellen des Vektors `x`. Ergebnisvariable: `yn`.
3. **Textausgabe:**
   (a) Erzeugen Sie folgende Textausgabe:

```
Original: x0='Wert von x0', gamma='Wert von gam'
Fit:      x0='Wert von x0 fit', gamma='Wert von gam fit'
```

4. **Graphische Ausgabe:** Öffnen Sie ein neues Plotfenster und stellen Sie darin folgendes dar:
   (a) Die Datenpunkte mit roten `o`
   (b) Die mit den gefitteten Parametern berechnete Cauchyfunktion mit einer blauen Linie als Funktion von x.
   (c) Erzeugen Sie eine beliebige Achsenbeschriftung
   (d) und eine Legende wie in der unteren Abbildung zu sehen.

Hinweis:

Sollte einer der Tests bezüglich der Graphiken fehlschlagen, obwohl ihr Plot dem Referenzplot gleicht beziehungsweise sich nur durch eine Kleinigkeit unterscheidet geben Sie bitte ab.
Bei der Überprüfung dieser Graphik werden die y-Werte der Fitkurve nicht automatisch geprüft. Vergewissern Sie sich deshalb, ob Sie die richtigen Werte darstellen, selbst wenn alle Tests erfolgreich waren.