Integral - Vergleich numerisch und exakt

Schreiben Sie ein MATLAB-Skript

```
bestint,
```

in dem Sie zeigen, dass die Gleichheit

$$\int_0^\infty z^2 \exp(-a^2 z^2) dz = \frac{\sqrt{\pi}}{4a^3} \tag{1}$$

gilt.

Setzen Sie dabei

```
a = 0.5
```

Berechnen Sie nun das Integral als Funktion von x

$$F(x) = \int_0^x z^2 \exp(-a^2 z^2) dz \tag{2}$$

für jeden Wert eines Vektors `x` der auf dem Intervall $[0, 10]$ 100 Stützstellen x_i enthält. Verwenden Sie für das Ergebnis den Vektor `F`.
<u>Hinweis:</u> Verwenden Sie eine `for`-Schleife, um $F(x)$ näherungsweise zu berechnen. Nutzen Sie dabei die Linearität des Integrals in den Grenzen aus.

$$\int_{x_1}^{x_3} f(x)dx = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_3} f(x)dx \tag{3}$$

Sie können dabei entweder in der `for`-Schleife jedes Teilintegral berechnen und anschließend den `cumsum`-Befehl verwenden, oder sie führen die Addition direkt in der Schleife durch.
Beachten Sie auch, dass eine Integration $\int_0^0$ keinen Sinn macht, und das Ergebnis klar ist. Führen Sie deshalb die erste Integration mit den Grenzen x_1 und x_2 aus.

<u>Hinweis:</u>

Verwenden Sie zur Integration den Befehl `quadl`

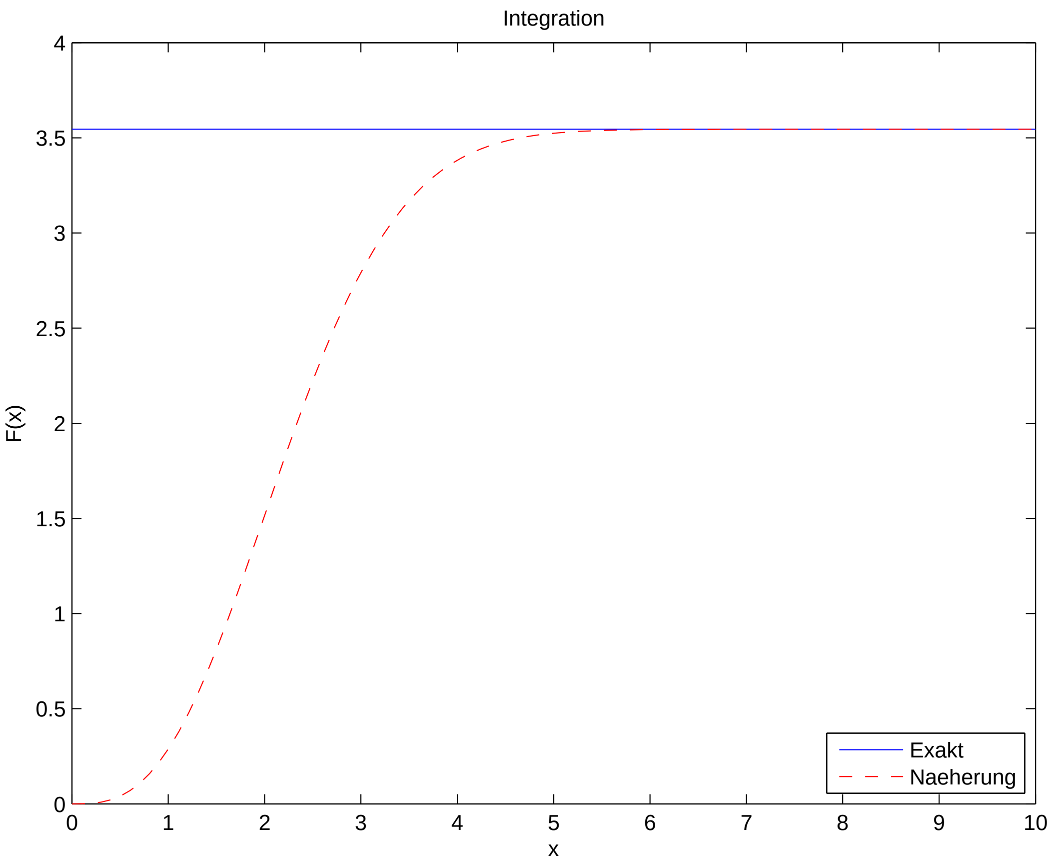
<u>Graphische Ausgabe:</u>

Stellen Sie die exakte und numerische Lösung über dem Vektor `x` folgendermaßen dar:

1. Die exakte Lösung über dem Vektor `x` mit einer blauen Linie
2. Die numerische Lösung über dem Vektor `x` mit einer roten strichlierten Linie
   <u>Hinweis:</u> Bedenken Sie, dass Sie im Vektor `F` einen Wert benötigen, den Sie über $x = 0$ plotten.
3. Erzeugen Sie eine Überschrift und Achsenbeschriftungen
4. Erstellen Sie eine Legende wie im Bild zu sehen

<u>Hinweis:</u>

Sollte beim Testen der Graphik etwas fehlschlagen, obwohl ihr Plot dem Referenzplot gleicht, dann geben Sie das Beispiel bitte trotzdem ab.



Integration
F(x)
x
Exakt
Naeherung