

Fitten von Kegelschnitten 1

Schreiben Sie ein MATLAB-Funktion `kegelfit.m`, die folgende Aufgaben erfüllt:

1. Der Funktion `[s, err2] = kegelfit(yd, xd)` werden `y` und `x` Daten übergeben.
2. Berechnen Sie den besten Fit für die Koeffizienten s_i mit

$$z(x, y) = s_1x^2 + 2s_2xy + s_3y^2 + s_4x + s_5y + s_6 = 0. \quad (1)$$

Liegen n Datenpunkte für y und x in den Spaltenvektren y_d und x_d vor, kann man einen der Koeffizienten s_i mit einem vorgegebenen Wert belegen (z.B.: $s_6 = 1$) und den entsprechenden Term auf die rechte Seite des Gleichungssystems bringen

$$s_1x_d^2 + 2s_2x_dy_d + s_3y_d^2 + s_4x_d + s_5y_d = -s_6, \quad (2)$$

wobei dieses Gleichungssystem nun nicht mehr homogen ist. Ist $n = 5$ bekommt man als Lösung des Gleichungssystems einen Kegelschnitt auf dem alle Datenpunkte liegen. Ist $n > 5$ hat man es mit einem überbestimmten linearen Gleichungssystem zu tun, das von MATLAB im "Least Squares" Verfahren gelöst wird. Damit wird jener Kegelschnitt gefunden für den die Summe der Abstandsquadrate

$$\chi^2 = \sum_{d=1}^n z(x_d, y_d)^2 \quad (3)$$

ein Minimum ist.

Probleme mit der Lösung des Gleichungssystems bekommt man, wenn ein "ungeeigneter" Term auf die rechte Seite verschoben wird. Ungeeignet sind Terme, deren Koeffizienten eigentlich Null ergeben würden, wie z.B. bei der Parabel $y = x^2$ der oben gewählte Term s_6 .

1. Um den besten Fit zu finden gehen Sie also so vor: Mit einer `for` Schleife über $k = [1..6]$ können Sie jeweils abwechselnd den k ten Koeffizient s_k auf 1 setzen, auf rechte Seite bringen und das jeweilige Gleichungssystem zu lösen.
2. Berechnen Sie für jedes der 6 Gleichungssysteme die dazugehörige Summe der Fehlerquadrate `err2(k)`
3. Wählen Sie die Lösung mit dem kleinsten Fehlerquadrat als Rückgabewert.

Hinweis:

Für die Aufteilung in Koeffizientenmatrix und Inhomogenitätsvektor eignet sich die logische Indizierung hervorragend.

Gesucht: Funktion `kegelfit.m`

```
[s, err2] = kegelfit(yd, xd)
yd          : Spaltenvektor der y-Daten
xd          : Spaltenvektor der x-Daten
s           : Zeilenvektor der Koeffizienten des besten Fits
err2        : Summe der Fehlerquadrate des besten Fits
```

Anschauungsbeispiel: