

Quadratische Gleichung - Kegelschnitte

Die Gleichung für eine Ellipse bzw. Hyperbel mit der großen Halbachse a und der kleinen Halbachse b , die um den Winkel ϕ gedreht ist, kann in folgender Form geschrieben werden

$$\frac{(x \cos \phi + y \sin \phi)^2}{a^2} \pm \frac{(y \cos \phi - x \sin \phi)^2}{b^2} - 1 = 0,$$

wobei das Vorzeichen $+$ für die Ellipse und das Vorzeichen $-$ für die Hyperbel gilt. Wenn x bekannt ist, erhält man durch einfache Umformung eine quadratische Gleichung für y

$$A(x)y_{1,2}^2 + B(x)y_{1,2} + C(x) = 0,$$

wobei gilt

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{\sin^2 \phi}{a^2} \pm \frac{\cos^2 \phi}{b^2} \\ B(x) &= -2 \sin \phi \cos \phi \left(\frac{1}{a^2} \pm \frac{1}{b^2} \right) x \\ C(x) &= \left(\frac{\cos^2 \phi}{a^2} \pm \frac{\sin^2 \phi}{b^2} \right) x^2 - 1. \end{aligned}$$

In den Bereichen von x , wo der Kegelschnitt existiert, bekommt man reelle Lösungen für y , dort wo er nicht existiert, bekommt man konjugiert komplexe Lösungen für y .

Schreiben Sie nun eine **MATLAB-Funktion**

```
[y1, y2] = kegelquad(typ, x, a, b, phi)
```

die mit `typ` (entweder `Ellipse` oder `Hyperbel`), dem Vektor `x` und den Skalaren `a`, `b` und `phi` die Ergebnisse `y1` und `y2` entsprechend den obigen Formeln berechnet.

Für die Unterscheidung der Typen soll eine `switch`-Konstruktion verwendet werden, wobei vom übergebenen Typ nur der erste Buchstabe in Kleinschreibung verwendet werden soll.

Hinweis:

Praktisch ist, wenn man am Anfang der Funktion Variablen mit $\sin \phi$ und $\cos \phi$ belegt, die man dann in der Folge verwendet.

Hinweis:

Zur Lösung der quadratischen Gleichung kann die von Ihnen geschriebene Funktion `quadgl` verwendet werden.

Hinweis:

Die Größe $A(x)$ ist eigentlich keine Funktion von x und man bekommt bei der Berechnung ein Skalar. Damit man `quadgl` verwenden kann, muss diese Größe in eine gleich große Matrix wie x umgewandelt werden (`ones`, `size`).