1 Prüfung - Applikationssoftware und Programmierung

- Erlaubt ist jegliche Benutzung Ihrer Unterlagen, Ihrer Übungsbeispiele und der Unterlagen am Web.
- Verboten ist während der Prüfung jedoch der Austausch von Files, E-mails und ähnlichem mit anderen Studierenden oder mit der Aussenwelt.
- Die Dauer des schriftlichen Teils sollte drei Stunden nicht überschreiten.
- Anschließend an den schriftlichen Teil findet ein mündliches Einzelgespräch mit einer Dauer von ca 15-20 Minuten statt. Die Reihung erfolgt nach dem Zeitpunkt der Abgabe.
- Die Abgabe erfolgt wie bei der Übung mit Hilfe des Skripts `pruefungsabgabe`.
- Bitte geben Sie fertiggestellte Beispiele ab und programmieren Sie dann die weiteren. Dies erleichtert die Korrektur erheblich.

1.1 Matrix

Schreiben Sie eine matlab-Funktion `arrexd.m`, die vom Parameter `n` abhängt und folgende $2n \times 2n$-Matrix zurückgibt (hier für $n = 5$ gegeben):

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 17 & \dots & 17 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & \dots & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 13 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 21 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ & & & & & \vdots & & & & & \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 21 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 21 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & \dots & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 17 & \dots & 17 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Als Defaultwert verwenden Sie $n = 5$. Die Diagonale der rechten oberen Teilmatrix ist gegeben durch die Diagonale der magischen Matrix. Die gesamte Matrix besteht aus vier Teilmatrizen, die spiegelsymmetrisch sind (`fliplr`, `flipud`).

1.2 Chebyshev-Polynome

Das n-te Chebyshev-Polynom $T_n(x)$ sind Funktionen vom Intervall $[-1,1]$ in das Intervall $[-1,1]$. Man kann sie auf zwei verschiedene Arten definieren: Ersten über die Formel

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x)) \tag{1}$$

und zweitens iterativ über

$$\begin{aligned} &T_0(x) = 1 \ , \\ &T_1(x) = x \ , \\ &T_n(x) = 2x\, T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x) \quad \text{für} \quad n \geq 2 \ . \end{aligned} \tag{2}$$

- Schreiben Sie eine matlab-Funktion `y=chebyshev(x,l,m)`, der ein Vektor mit x-Werten, die größte Ordnung l und eine Zeichenkette m übergeben wird. Ist `m='cos'`, so soll die Formel 1 verwendet werden. Im Falle `m='iter'` kommt die Formel 2 zum Einsatz. In den Spalten der Matrix `y` sollen die Werte der Chebyshev-Polynome an den Stellen `x` der Ordnung $0, 1, \ldots, n$ abgespeichert werden. D.h.

$$y = \begin{pmatrix} T_0(x_1) & T_1(x_1) & \cdots & T_l(x_1) \\ T_0(x_2) & T_1(x_2) & \cdots & T_l(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \ .$$

- Schreiben Sie ein Skript `plot_cheby.m`, in dem Sie die Chebyshev-Polynome der Ordnung 0 bis 5 im Intervall $[-1,1]$ plotten. Stellen Sie jeweils die Variante `m='cos'` als durchgezogene Linie dar und `m='iter'` mit Kreisen. Die Plots zu den verschiedenen Ordnungen sollen in verschiedenen Farben dargestellt werden. Legende und Achsenbeschriftung!

1.3 Integrale

- Schreiben Sie eine matlab-Funktion `y=f(x,n,m)`, die den Integranden im Integral

$$I_{nm} = \int_{-1}^{+1} T_n(x)\, T_m(x)\, w(x)\, dx$$

berechnet und in `y` zurückgibt. Hierbei sind T_n und T_m Chebyshev-Polynome, die Sie mit Formel 1 berechnen sollen und $w(x)$ ist die Gewichtsfunktion $w(x) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

- Schreiben Sie ein Skript `ortho_cheby.m`. Darin lesen Sie vom Benutzer eine natürliche Zahl $L \leq 10$ ein. Berechnen Sie dann alle Integrale I_{nm} für $n, m = 0, \ldots, L$ und speichern Sie die Ergebnisse in der Matrix A.

- Finden Sie mittels logischer Indizierung alle Matrixelemente von A, die signifikant von Null verschieden sind. Setzen sie alle anderen Elemente von A auf Null.

1.4 Fitten von Messwerten

Gegeben ist die Datei `kette.dat`, in der Daten einer eindimensionalen Kette zusammengefasst sind. Sie kann mit dem Befehl `pruefungsdaten` geholt werden. Die erste Spalte enthält die Länge L der Kette in aufsteigender Reihenfolge, die zweite die Energien V eines Phasenübergangs. Der theoretische Zusammenhang zwischen L- und $V-$Werten ist durch

$$V(L) = c_1 + c_2 \, L^{-2}$$

gegeben. Schreiben Sie ein Skript `auswertung.m`, das folgendes leistet:

- Lesen Sie die Daten ein und stellen Sie sie in einem Plot dar. Beschriften Sie die Zeichnung. Ermitteln Sie mit geeigneten Matlab-Befehlen das Minimum L_0 und das Maximum L_1 der L-Werte aus dem Vektor der eingelesenen Daten. Geben Sie die beiden Werte formatiert am Bildschirm aus.

- Schreiben Sie eine INLINE Funktion $V(L, c_1, c_2)$, die den oben angegebenen theoretischen Zusammenhang wiedergibt.

- Speichern Sie die drei größten L-Werte und die dazugehörigen V-Werte in den Vektoren `Lg` und `Vg`.

- Berechnen Sie die Parameter c_1 und c_2 der Ausgleichskurve mit den drei größten $L-$ und V-Werten und zeichnen sie diese im Bereich $[4, 18]$ ein. Beschriftung! Geben Sie c_1, c_2 formatiert im Textfenster aus.

- Zeichnen Sie weiters den Limes $c_1 = \lim_{L\to\infty} V(L)$ als rote, horizontale, strichpunktierte Gerade ein. Stellen Sie die x-Achse so ein, dass sie das Intervall $[4, 18]$ umfasst.