

5 Magnetische Resonanz

- Ein Spin-1/2 Teilchen befindet sich im homogenen Magnetfeld in z-Richtung:

$$\hat{H}_0 = \frac{eg}{2m} B_z \hat{S}_z =: \omega_0 \hat{S}_z \quad (14)$$

Die Eigenzustände sind $|\pm z\rangle$ mit den Eigenwerten $E_\sigma = \sigma \frac{\hbar\omega_0}{2}$ mit $\sigma = \pm 1$.

- Wenn das System zur Zeit $t = 0$ im Zustand $|\psi\rangle$ präpariert wird, ist es zur Zeit $t > 0$ im Zustand

$$e^{-i\frac{t}{\hbar} \hat{H}} |\psi\rangle$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß sich das System zur Zeit t im Eigenzustand $|\sigma\rangle$ befindet

$$\left| \langle \sigma | e^{-i\frac{t}{\hbar} \hat{H}} |\psi\rangle \right|^2 = \left| e^{-i\frac{t}{\hbar} E_\sigma} \langle \sigma | \psi \rangle \right|^2 = \left| \langle \sigma | \psi \rangle \right|^2$$

ist unabhängig von t .

- Um Übergänge zwischen den Niveaus zu erreichen, benötigt man einen t-abhängigen Hamiltonoperator.

$$\hat{H}_0 = \frac{eg}{2m} B_z \hat{S}_z + \frac{eg}{2m} B_x \cos(\omega t) \hat{S}_x =: \omega_0 \hat{S}_z + \omega_1 \cos(\omega t) \hat{S}_x$$

Die zeitabhängigen Schrödingergleichung lautet

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

Wir entwickeln den Zustand $|\psi(t)\rangle$ nach den Eigenzuständen $|\sigma\rangle$ von \hat{S}_z .

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{\sigma} C_{\sigma}(t) |\sigma\rangle.$$

Die Schrödingergleichung geht über in

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} C_+(t) \\ C_-(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \omega_0 & \omega_1 \cos(\omega t) \\ \omega_1 \cos(\omega t) & -\omega_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_+(t) \\ C_-(t) \end{pmatrix}.$$

- Lösen Sie diese DGL numerisch mit NDSolve
 - Plotten Sie $|\langle \sigma | \psi(t) \rangle|^2$
diese Größe oszilliert mit der sogenannten Rabi-Frequenz Ω .
 - Bestimmen Sie die Abhängigkeit der Rabi-Frequenz von ω , ω_0 und ω_1 .
 - Plotten Sie die Amplitude der Oszillation als Funktion von ω .