1. Dirac'sche Störungstheorie

Mit der Anfangsbedingung $c_n(0) = \delta_{n,i}$ liefert die erste Ordnung Störungstheorie

$$\begin{aligned} c_f(t) &= \delta_{f,i} - \frac{i}{\hbar}\int_0^t H_{f,i}(\tau) e^{i\omega_{f,i}\tau} d\tau \\ \omega_{fn} &= \frac{E_f - E_n}{\hbar} \qquad . \end{aligned} \tag{1}$$

Wir untersuchen einen geladenen harmonischen Oszillator mit dem Hamilton-Operator

$$H_0 = \hbar\omega_0 \left(a^\dagger a \ + 1/2\right)$$

im externen zeitabhängigen elektrischen Feld, das einen Stör-Hamilton-Operator

$$H_1 = qE_0 f(t)\hat{X} = qE_0\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_0}} \left(a^\dagger + a \ \right) f(t) := \hbar\omega_1 \left(a^\dagger + a \ \right) f(t)$$

liefert. Die orthonormalen Eigenzustände von H_0 sind $|n\rangle$ mit den Eigenwerten

$$E_n = \hbar\omega_0 \left(n + 1/2\right) \qquad \text{mit } n = 0, 1, \ldots$$

Weiter gilt

$$\begin{aligned} \langle m|a \ |n\rangle &= \sqrt{n}\ \delta_{m,n-1} \\ \langle m|a^\dagger|n\rangle &= \sqrt{n+1}\ \delta_{m,n+1} \end{aligned}$$

Zur Zeit $t = 0$ befinde sich der Oszillator im Grundzustand.
Untersuchen Sie die Wahrscheinlichkeit $p_n(t)$, das System zur Zeit t im n-ten angeregten Zustand anzutreffen, für die Zeitabhängigkeiten

$$\begin{aligned} f(t) &= 1 \\ f(t) &= e^{-t/\tau} \\ f(t) &= \cos(\omega_2 t) \qquad . \end{aligned}$$

Die Zeitskala sei so gewählt, daß $\omega_0 = 1$

- Plotten Sie $p_1(t)$ für unterschiedliche Werte von τ bzw. ω_2.
- Wie unterscheiden sich die Ergebnisse der 3 zeitabhängigen Störungen?
- Wann bricht die Störungstheorie zusammen?