

# Hochtemperatursupraleitung

## Bakkalaureatsarbeit

Scheibelhofer Otto

Betreut durch Prof. Enrico Arrigoni

# Gliederung

- 1 Einführung
  - Eigenschaften von Supraleitern
  - Historische Entwicklung
- 2 Konventionelle und Hochtemperatursupraleitung
  - Mechanismus der konventionellen Supraleitung
  - Die Energielücke
  - Hochtemperatursupraleiter
  - Das phänomenologische Potential von MMP
  - Symmetrieüberlegungen für Supraleiter
- 3 Numerische Betrachtung der Energielücke
  - Kombination von Potential und Energielückengleichung
  - Numerische Umsetzung
  - Ergebnisse

# Gliederung

- 1 Einführung
  - Eigenschaften von Supraleitern
  - Historische Entwicklung
- 2 Konventionelle und Hochtemperatursupraleitung
  - Mechanismus der konventionellen Supraleitung
  - Die Energielücke
  - Hochtemperatursupraleiter
  - Das phänomenologische Potential von MMP
  - Symmetrieüberlegungen für Supraleiter
- 3 Numerische Betrachtung der Energielücke
  - Kombination von Potential und Energielückengleichung
  - Numerische Umsetzung
  - Ergebnisse

# Eigenschaften von Supraleitern

## Widerstandslosigkeit

Widerstand mindestens 18  
Zehnerpotenzen kleiner als  
Kupfer

## Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Perfekter Diamagnetismus;



# Eigenschaften von Supraleitern

## Widerstandslosigkeit

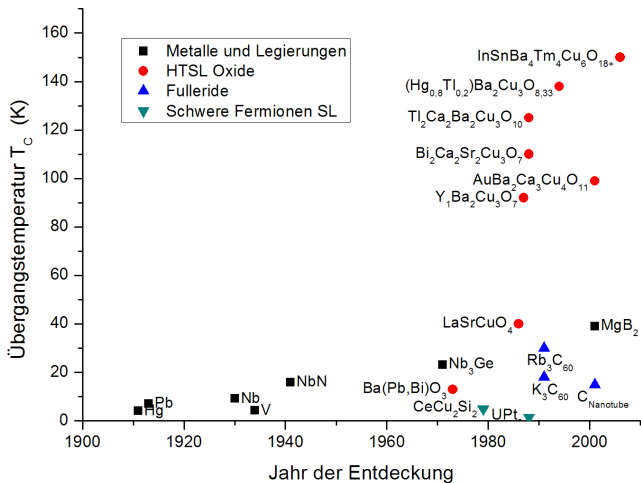
Widerstand mindestens 18  
Zehnerpotenzen kleiner als  
Kupfer

## Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Perfekter Diamagnetismus;



# Historische Entwicklung



# Gliederung

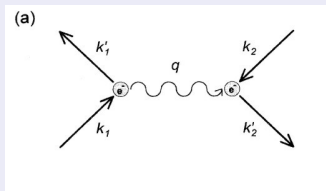
- 1 Einführung
  - Eigenschaften von Supraleitern
  - Historische Entwicklung
- 2 Konventionelle und Hochtemperatursupraleitung
  - Mechanismus der konventionellen Supraleitung
  - Die Energielücke
  - Hochtemperatursupraleiter
  - Das phänomenologische Potential von MMP
  - Symmetrieüberlegungen für Supraleiter
- 3 Numerische Betrachtung der Energielücke
  - Kombination von Potential und Energielückengleichung
  - Numerische Umsetzung
  - Ergebnisse

# BCS-Theorie

## BCS-Theorie (1957)

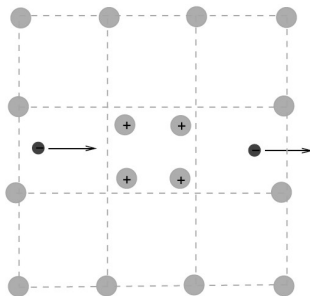
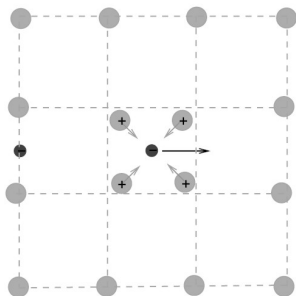
- J. Bardeen
- L. N. Cooper
- J. R. Schrieffer

## Elektronen-Elektronen-Wechselwirkung via Phononen

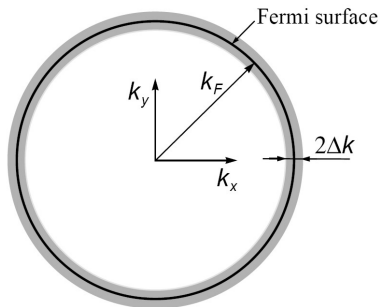




# Cooper-Paare

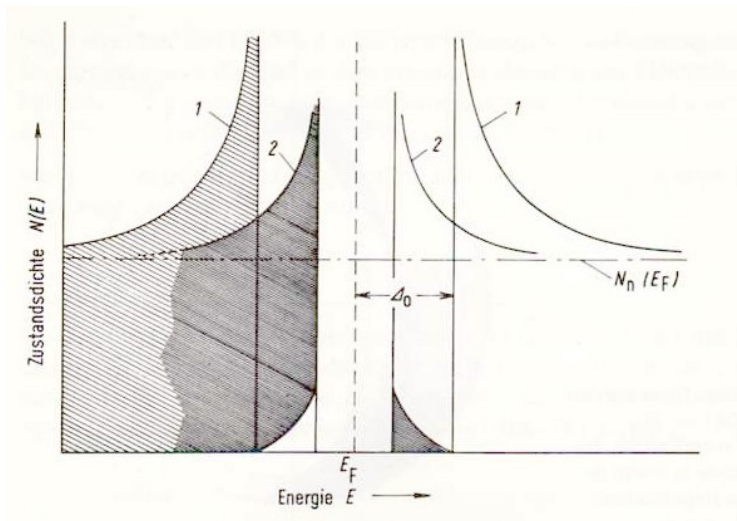


# Beitragende Elektronen



$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \begin{cases} -V & \text{für } |\xi_{\mathbf{k}}|, |\xi_{\mathbf{k}'}| \leq \hbar\omega_D \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

# Zustandsdichte und Besetzung

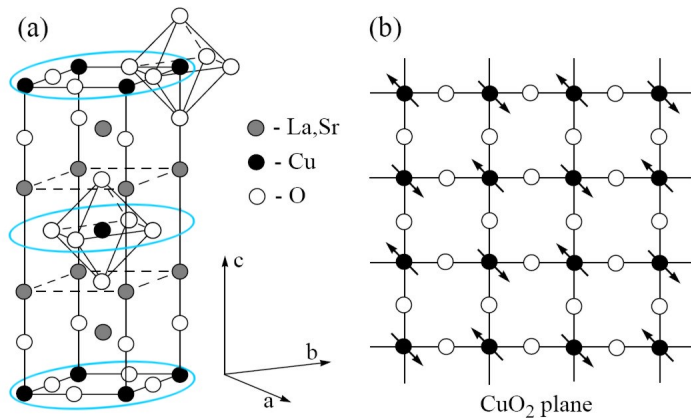


# Selbstkonsistente Energielückengleichung

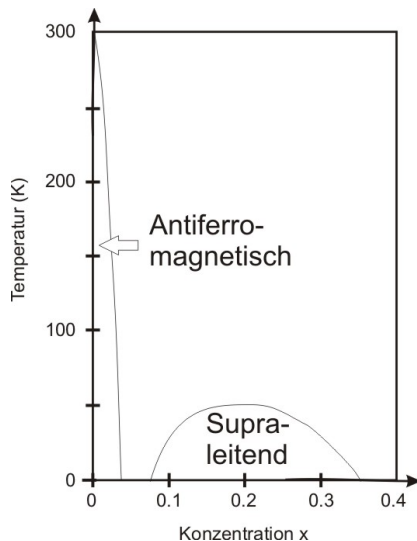
$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{E_{\mathbf{k}'}} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$$

$$E_{\mathbf{k}'} = \sqrt{\Delta_{\mathbf{k}'}^2 + \xi_{\mathbf{k}'}^2} \quad ; \quad \xi_{\mathbf{k}'} = \varepsilon_{\mathbf{k}'} - \mu$$

# Struktur der HTSL



# Phasendiagramm eines SL



# Spinwelle



# Phänomenologisches Potential von Millis, Monien und Pines

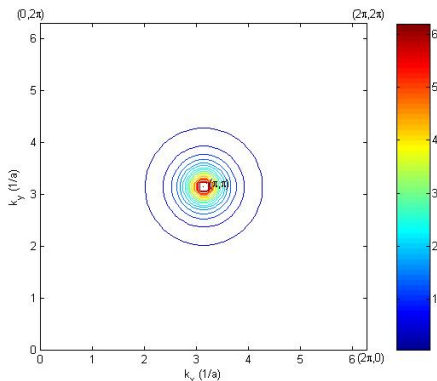
$$V_{\text{eff},\uparrow\downarrow} \approx \frac{V_0}{1 + \xi^2[(q_x - \pi)^2 + (q_y - \pi)^2]}$$

repulsiv, aber stark gepeakt



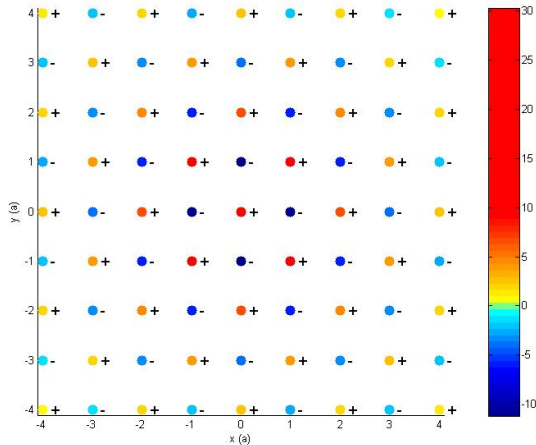
# Darstellung des Potentials

## Im Wellenzahlraum



# Darstellung des Potentials

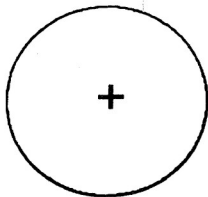
## Im Ortsraum



# Mögliche Symmetrien der Energielücke

## s-Symmetrie

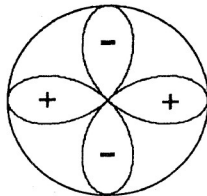
isotropic s



$$\Delta_0^{\text{n.n.}} = \Delta_s^0 + \dots$$

## $d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie

$d_{x^2-y^2}$

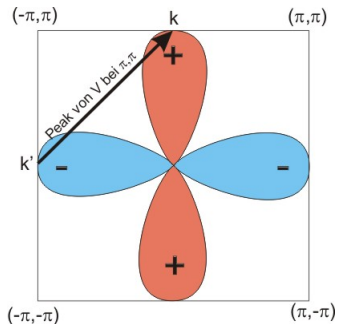


$$\Delta_0^{\text{n.n.}} = \Delta_{d_{x^2-y^2}}^0 (\cos(k_x) - \cos(k_y))$$

# Symmetrie und Paarung

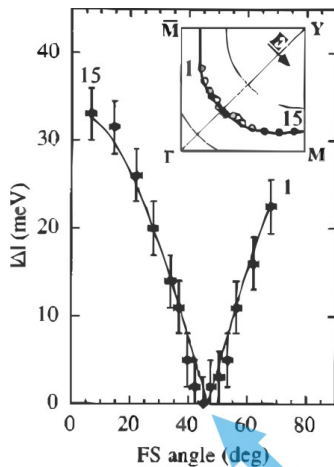
## Unkonventionelle Paarung

Wenn die Symmetrie der Energielücke geringer ist als die Symmetrie des Kristalls spricht man von *unkonventioneller Paarung*.

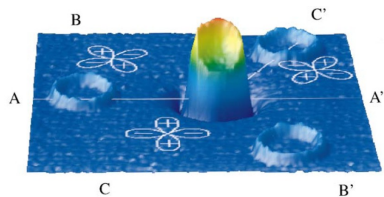
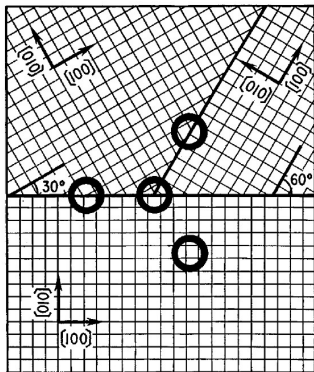
$d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie

$$\Delta_{\mathbf{k}} = - \sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{E_{\mathbf{k}'}}$$

# Experimentelle Hinweise mittels ARPES



# Experimentelle Hinweise mittels Trikristall-Magnetometrie



# Gliederung

- 1 Einführung
  - Eigenschaften von Supraleitern
  - Historische Entwicklung
- 2 Konventionelle und Hochtemperatursupraleitung
  - Mechanismus der konventionellen Supraleitung
  - Die Energielücke
  - Hochtemperatursupraleiter
  - Das phänomenologische Potential von MMP
  - Symmetrieüberlegungen für Supraleiter
- 3 Numerische Betrachtung der Energielücke
  - Kombination von Potential und Energielückengleichung
  - Numerische Umsetzung
  - Ergebnisse

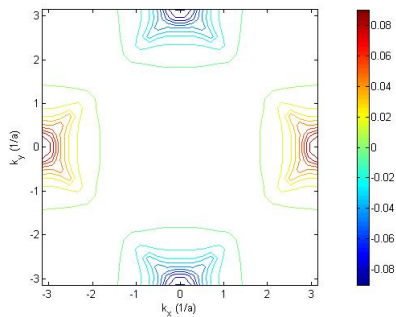
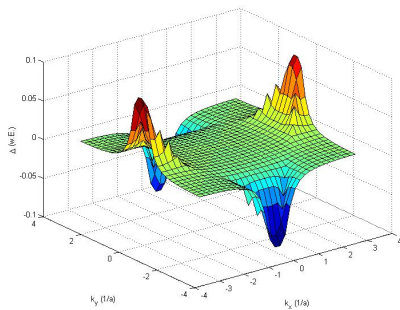


# Selbstkonsistente Energielückengleichung mit phänomenologischem Potential

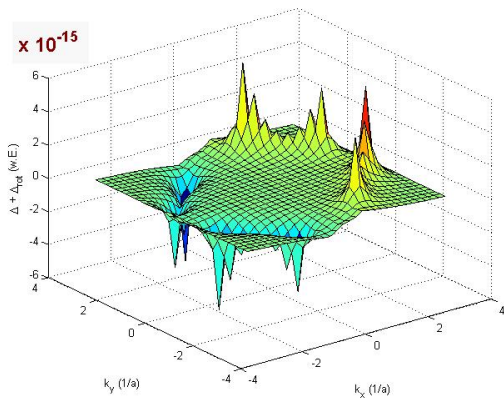
$$\Delta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}'} V_{\text{eff},\uparrow\downarrow}(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{Q}) \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{E_{\mathbf{k}'+\mathbf{Q}}}$$

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2} \quad ; \quad \xi_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu$$

# Ergebnisse

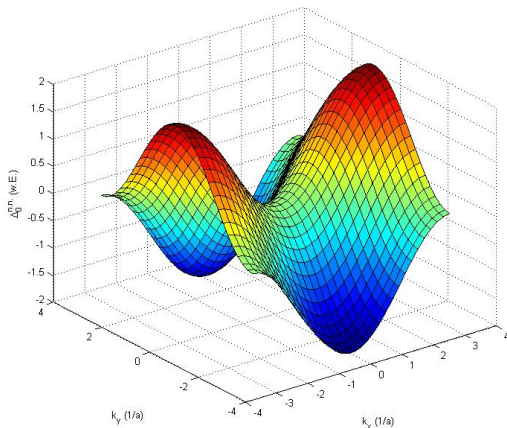


# Kontrolle der Symmetrie



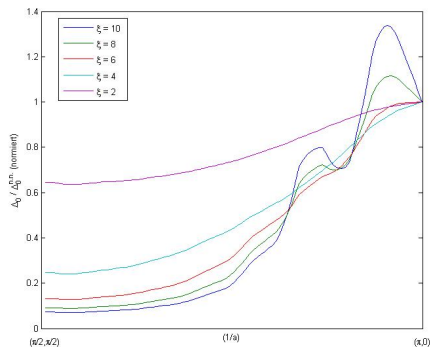
# Ansicht der nearest-neighbour-Funktion

$$\cos(k_x) - \cos(k_y)$$



# Abweichung von der nearest-neighbour d-wave

## Variation von $\xi$

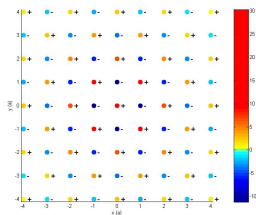


# Zusammenfassung

Selbstkonsistente  
Energielückenglei-  
chung

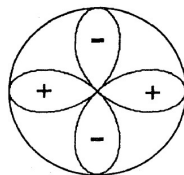
$$\Delta_{\mathbf{k}} = -\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{E_{\mathbf{k}'}} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$$

Potential von MMP



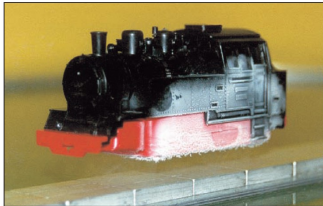
$d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie

$d_{x^2-y^2}$



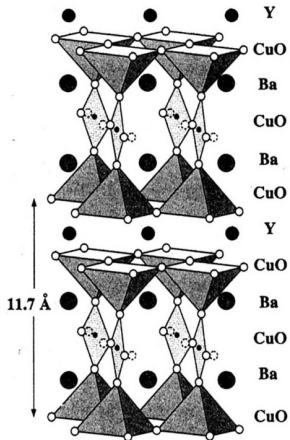
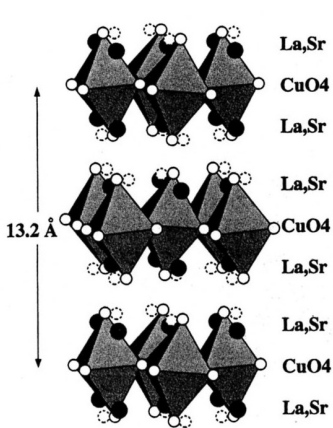
*Ende*

# Anwendungen des Diamagnetismus

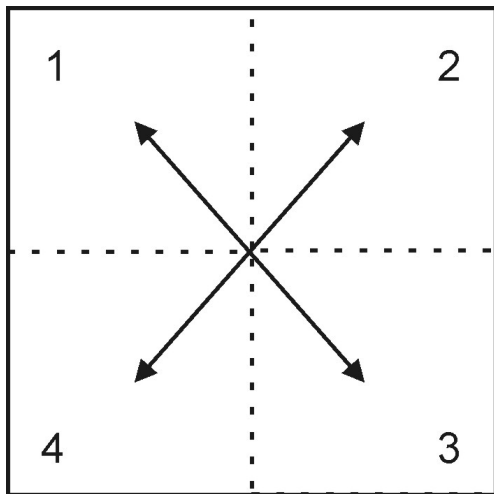


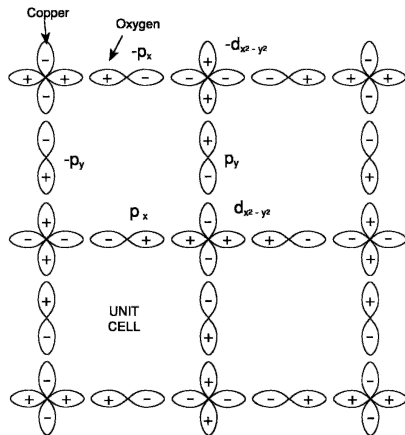


# Struktur der HTSL



$$M1 = \text{fftshift}(M2)$$



CuO<sub>2</sub>-Ebenen

# Algorithmus 1 - Header

```
1
2 function [konvergenz,schritte,Deltak,achse] = scge(V0,xi,mu,n);
3 %Numerisches Lösen der SCGE mit phän. Potential
4 %Input: V0: Koeffizient des Potentials
5 %      xi: Abklingrate des Potentials
6 %      mu: chem. Potential der Elektronen
7 %      n: Rastergenauigkeit
8 %Output: konvergenz: 1 wenn Konvergenz erreicht wurde, sonst
9            0
10 %      schritte : Anzahl der benötigten Iterationsschritte
11 %      Deltak: Ergebnis für die Energielücke
12 %      achse: Skalierung der Achsen (zum Plotten)
```

## Algorithmus 2 - Deklarationen

```
13
14 N = n^2; %Anzahl der Gitterpunkte
15 achse = linspace(-pi,pi,n);
16 [gridy,gridx] = meshgrid(achse);
17
18 Deltak = ones(n,n); %Startwert
19 maxiteration = 5000; %Maximalzahl der Iterationen
20 minvalue = 0.0001; %bei kleineren Lösungen soll weiteriteriert
   werden
21 maxerror = 100*eps; %absoluter erlaubter Fehler
22
23 konvergenz = logical(false);
```

## Algorithmus 3 - Iteration

```

25 for schritte = 1:maxiteration %Schleife über alle Iterationen
26
27     zwges = zeros(n,n); %Deltak des nächsten
        Iterationsschrittes
28     for (kx=1:1:n) %Schleife über die kx
29         for (ky=1:1:n) %Schleife über die ky
30             zw = sum(sum(Veff(V0,xi,achse(kx)-gridx-pi,
                achse(ky)-gridy-pi).*Deltak./sqrt(xik(gridx+pi,
                gridy+pi,mu).^2+Deltak.^2))); %Summe über
                alle k'
31             zwges(kx,ky) = zwges(kx,ky) + 0.5*1/N * zw;
32             zwges = fftshift(zwges);
33             zwges(kx,ky) = zwges(kx,ky) - 0.5*1/N * zw;
34             zwges = fftshift(zwges);
35         end
36     end

```

## Algorithmus 4 - Abbruch der Iteration

```
37
38     % Abbruchbedingung
39     if all (abs(Deltak - zwges) < maxerror) & max(max(Deltak
40         )) > minvalue == true
41         konvergenz = true;
42         Deltak = zwges;
43         break;
44     end;
45     Deltak = zwges;
46
47 end
```

## Algorithmus 5 - Potential von MMP

```
49
50 %-----
51 function wert = Veff(V0,xi,qx,qy);
52 %Berechnung des Potentials
53
54 qx = rem(qx,2*pi);
55 qx(qx<0) = qx(qx<0)+2*pi;
56 qy = rem(qy,2*pi);
57 qy(qy<0) = qy(qy<0)+2*pi;
58
59 wert = V0./(1+xi ^2.*((qx-pi).^2+(qy-pi).^2));
```



# Algorithmus 6 - Energie der Elektronen

```
61  
62  %-----  
63  function wert = xik(kx,ky,mu)  
64  %Berechnung von xi_k  
65  wert = 2*(cos(kx)+cos(ky)) - mu;
```

# Phasendiagramm eines SL

