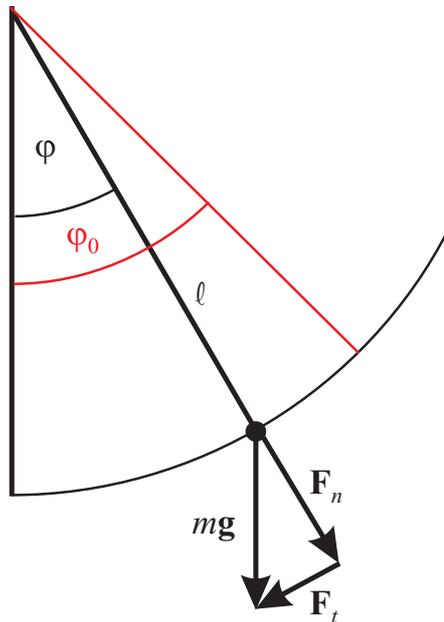


Übungen Analytische Mechanik WS 2005: 2. Übungsblatt

Kinematik und Dynamik des Massenpunktes

1. Das mathematische Pendel:



Das mathematische Pendel besteht aus einem Massenpunkt m , an einer gewichtslosen, starren Stange der Länge ℓ , welche nur in einer Ebene schwingen kann. Beschreiben Sie die Bewegung des Massenpunktes unter dem Einfluß der Schwerkraft $G = mg$ und unter der Annahme, daß nur kleine Winkel φ zugelassen sind. Die Anfangsbedingung ist durch $t = 0, \varphi = \varphi_0, \dot{\varphi} = 0$ vorgegeben.

Hinweis: Man schreibt die NEWTONsche Bewegungsgleichung für die Normalkomponente F_n und die Tangentialkomponente F_t getrennt auf. Der Massenpunkt beschreibt eine Kreisbahn (wie angedeutet), welche am besten mit φ parametrisiert angeschrieben wird.

2. Ein/Eine Fallschirmspringer/in (Masse $m = 70 \text{ kg}$) springt in einer Höhe von 3000 m ab. Der Fallschirm öffnet sich bei Erreichen einer Maximalgeschwindigkeit von 30 ms^{-1} .
 - (a) Welche Zeit vergeht bis zum Erreichen der Maximalgeschwindigkeit, wenn angenommen wird, dass der Luftwiderstand proportional der Geschwindigkeit ist?
 - (b) Welche Distanz wurde bis zum Erreichen der Maximalgeschwindigkeit zurückgelegt?
 - (c) Ist aufgrund obiger Ergebnisse die Annahme, dass der Luftwiderstand proportional zur Geschwindigkeit ist, aufrecht zu erhalten?
3. Ein Impuls \mathbf{p} verändert die Geschwindigkeit eines Massenpunktes m von \mathbf{v}_A auf \mathbf{v}_E . Zeigen Sie, dass der Gewinn an kinetischer Energie gleich $\mathbf{p}(\mathbf{v}_A + \mathbf{v}_E)/2$ ist.
4. Welche Integrale der Bewegung existieren für das Kraftfeld $\mathbf{F} = \alpha(\mathbf{v} \times \mathbf{r})$, $\alpha = \text{konst}$?
5. Ein Massenpunkt m steht unter dem Einfluß einer Kraft $\mathbf{F}(t) = \alpha \mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}$, mit $\mathbf{v}(t)$ der Geschwindigkeit des Massenpunktes zum Zeitpunkt t , \mathbf{B} einem zeitlich und räumlich konstanten Vektorfeld und α einer Proportionalitätskonstanten. (Eine ähnliche Kraft tritt in der Elektrodynamik als eine Komponente

der LORENTZ-Kraft auf.) Der Massenpunkt befinde sich zur Zeit $t = 0$ im Ursprung und habe die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0$, mit $\mathbf{v}_0 \perp \mathbf{B}$. Somit liegt eine *ebene* Bewegung vor. Bestimmen Sie die Teilchenbahn und insbesondere die Tangential- und Normalkomponenten der Beschleunigung, welchen der Massenpunkt unter dem Einfluß der Kraft \mathbf{F} ausgesetzt ist. Gibt es eine Erhaltungsgröße?