

Projektbeschreibung: Exact Cover

Martin Nuss

Oktober 2010

1 Projektidee

Ziel dieses Projektes ist die Untersuchung von *Exact Cover* Problemen. Diese sehr vielseitigen Aufgaben der exakten Überdeckung sollen mittels Matlab und C gelöst werden. Dabei liegen Schwerpunkte auf dem Implementieren der Lösungsalgorithmen und deren Anwendung auf das Pentomino Problem. Ein weiterer Schwerpunkt liegt auf dem Erlernen von neuen Programmierkonzepten und dem Autor unbekannter Matlab Funktionalität.

2 Umfang/Dauer des Projekts

Dieses Projekt wird im Rahmen der vier stündigen Lehrveranstaltung *Applikationssoftware für Fortgeschrittene* unter Betreuung von Prof. Winfried Kernbichler und David Camhy durchgeführt. Projektstart ist Anfang Oktober 2010. Die Ergebnisse werden im Februar 2011 präsentiert.

3 Beschreibung des Projekts

Die Hauptzielsetzung dieses Projektes ist die Umsetzung von Methoden zur Lösung von *Exact Cover* Problemen. Die Algorithmen zur Lösung dieser in vielen Variationen vorkommenden Aufgaben der exakten Überdeckung gehören zur Klasse der *NP-complete* Probleme. Dies bedeutet dass, sollte eine Lösung des Problems vorliegen, dieses in polinomialer Zeit verifiziert werden kann (NP). Zudem kann der Algorithmus zur Lösung des Problems in einen zur Lösung aller NP Probleme übersetzt werden (NP hard). Nach derzeitigem Stand der Forschung ($P \neq NP$) bedeutet dies für die Praxis dass das Problem nicht in polinomialer Zeit gelöst werden kann und somit die Rechenzeit exponentiell mit der Systemgrösse wächst. Es ist deshalb wichtig einen besonders effizienten Lösungsweg zu finden um zumindest Probleme kleiner Systemgrössen in einer akzeptablen Zeit berechnen zu können. Einige Aufgaben die auf ein *Exact Cover* Problem abgebildet werden können sind unter anderem

- N-Queens
- Sudoku
- Pentomino (bzw. allgemein N-omino)
- Hexiamond (bzw. allgemein N-iamond)
- Tetrastick (bzw. allgemein N-stick) .

Diese Probleme können darauf zurückgeführt werden in einer binären Matrix alle Sätze von Zeilen (oder Spalten) auszuwählen, sodass in dem ausgewählten Satz genau eine eins in jeder Spalte (bzw. Zeile) vorkommt. Zur Lösung sollen hier drei Methoden getestet und verglichen werden

- Brute Force (Matlab)
- Algorithm-X¹ (Matlab)
- Dancing Links¹ (C) .

¹Knuth E. Donald, Dancing Links, 2000, <http://arxiv.org/abs/cs/0011047> or <http://www-cs-faculty.stanford.edu/~uno/preprints.html>

Als konkrete Anwendung soll das Pentomino Problem¹ realisiert werden. Dabei handelt es sich um die vollständige Überdeckung einer Fläche mit aus fünf Einheiten bestehenden Tetris-Stücken. Dazu ist es neben dem Implementieren der soeben erwähnten Lösungsmethode auch notwendig ein Programm zu entwickeln welches das jeweilige Pentomino Problem in eine binäre Matrix übersetzt. Neben der Lösung des Problems an sich ist es auch interessant die Rechenzeiten der verschiedenen Algorithmen (in verschiedenen Programmiersprachen umgesetzt) zu vergleichen. Ein Teil des Projektes an sich ist ebenso das Erlernen neuer Programmkonzepte und Matlab Funktionalität an sich. Deshalb soll ein Teil des Matlab Codes in *Object-Oriented Matlab* umgesetzt werden.

4 Projektabgrenzung/Weiterführung

Das Thema *Exact Cover* ist sehr umfangreich und es bieten sich viele Möglichkeiten an die entwickelte Software auszubauen. Sollte nach der Implementation der Lösungsalgorithmen und den in den vorigen Abschnitten besprochenen Aufgaben noch ausreichend Zeit zur Verfügung stehen sind unter anderem folgende Erweiterungen angedacht:

- Die Anwendung des Algorithmus auf ein anderes *Exact Cover* Problem (N-Queens, Sudoku, ...).
- Verbesserung der Performance der entwickelten Codes (Parallelisierung: fork(), MPI, openMP) und somit erlernen des Umgangs mit modernen Parallelisierungs Paketen.
- Entwickeln einer GUI in Matlab zur komfortablen Bedienung und somit erlernen des Umgangs mit der Matlab GUI Funktionalität.
- Verwendung eines im letzten Jahr entwickelten MEX-Code Generators² um die C Umsetzung des Algorithmus direkt aus Matlab ansprechen zu können und so auch über die GUI verfügbar zu machen.
- Einbinden des entwickelten Programmpaketes in Matlab-Tutor mit den vier Schwerpunkten: *Object-Oriented Matlab*, MEX Technologie, Matlab GUI und *Exact Cover* Probleme.

¹<http://en.wikipedia.org/wiki/Pentomino>

²Klaus Lang, 2010, http://itp.tugraz.at/wiki/index.php/Einbindung_von_C_-_Files_in_MatLab