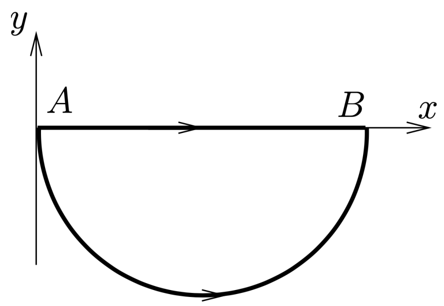
Theoretische Mechanik WS 2022/23, Blatt 2

Sie können davon ausgehen, dass alle Konstanten in den Beispielen reel und positiv sind, ausser es wird anderes spezifiziert.

2.1 Berechnung von Arbeit, Rotation und Drehmoment (1)

Gegeben sei die Kraft $\boldsymbol{F} = -k\ \boldsymbol{r}$. Berechnen Sie die von dieser Kraft geleistete Arbeit vom Punkt $A = (0, 0, 0)$ zum Punkt $B = (d, 0, 0)$ für die beiden eingezeichneten Wege (Halbkreis und Gerade).



Berechnen Sie $\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{F}$ und überprüfen Sie den Stokschen Satz.
Bestimmen Sie das Drehmoment der Kraft.

2.2 Berechnung von Arbeit, Rotor und Drehmoment (2)

Gleich wie 2.1, für die Kraft $\boldsymbol{F} = q\ \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{e}_z$

2.3 Zwei Massen im Gravitationsfeld

Zwei Körper mit dem Massen m_1 und m_2 bewegen sich unter Einfluß der gegenseitigen Gravitationsanziehung sowie in einem zusätzlichen konstanten Gravitationsfeld in $-z$-Richtung. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Schwerpunktes sowie der Relativkoordinate.
Berechnen Sie außerdem die Gesamtenergie als Funktion der Koordinaten des Schwerpunktes und der Relativkoordinaten und verifizieren Sie, dass sich diese in einem Schwerpunkt- und einem Relativteil aufteilen lässt.

2.4 Konservativkräfte

Sind folgende Kräfte konservativ? Wenn ja, finde das zugehörige Potential (die Konstante kann beliebig gewählt werden).
Welche davon sind isotrope Zentralkräfte? [1]

(i) $\boldsymbol{F} = x^2\,\boldsymbol{e}_y$

(ii) $\boldsymbol{F} = \cos(\alpha r)\,\boldsymbol{e}_r$

(iii) $\boldsymbol{F} = x^2\boldsymbol{e}_x + y\ \boldsymbol{e}_y +\ \boldsymbol{e}_z$

(iv) $\boldsymbol{F} = \alpha\ \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{e}_x$

(v) $\boldsymbol{F} = (x^2 + y^2 + z^2)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Hinweise: Zur Bestimmung von $U(\boldsymbol{r})$ können Sie entweder
(a) versuchen, die Gleichung $F = -\boldsymbol{\nabla} U$ mit einem Ansatz zu lösen ODER (b) einen linienintegral durchführen. In beiden Fällen können Sie die freie Konstante beliebig wählen.
Bei Zentralkräfte ist $U(r)$ nur eine Funktion des Betrags $r \equiv |\boldsymbol{r}|$.

[1] Wir haben hier geeignete Einheiten.