

Theoretische Mechanik WS 2025/26, Blatt 12

Info: **Lerntage** 19-30 Jänner 2026, Meerscheinschlössl.

Dieses Jahr wird das Angebot um "Betreute Lernräume" erweitert. Diese sollen Studierende bei der Vorbereitung auf Prüfungen unterstützen.

Weitere Infos unter: <https://www.uni-graz.at/de/studium/lerntage/>

In den Relativitätsübungen werden Einheiten mit $c = 1$ verwendet.

12.1 Linear anwachsende Seitwärtskraft (Fortsetzung vom 11.3 im letzten Blatt), Eigenzeit

Wie viel (Eigen-)Zeit τ ist im Bezugssystem des bewegten Teilchens während der oben beschriebenen Beschleunigungsphase $t > 0$ vergangen? Schreiben Sie zunächst nur den Integral-Ausdruck

Ersatz falls 11.3 nicht gelöst wurde: $\gamma(t) = \sqrt{A^2 + B^2 t^4}$

Das erhaltene Integral ist nicht mit elementaren Funktionen analytisch lösbar. Berechnen Sie diesen für kleine Werte von t . Dazu entwickeln Sie $\gamma(t)^{-1}$ bis zu Ordnung t^4 . Unter welcher Bedingung für t ist diese Näherung gerechtfertigt?

Was macht die Eigenzeit im Limes $t \rightarrow \infty$, divergiert sie?

12.2 Beschleunigung und Verzögerung eines Teilchens

Betrachten Sie im Inertialsystem einer Beobachterin B die Bewegung eines Punktteilchens, welches von der Ruhelage in richtung $\mathbf{e}_x$ beschleunigt (konstante Beschleunigung a aus Sicht von B), bis dieser eine Geschwindigkeit $\bar{v}$ erreicht. Sei $\bar{t}$ die Zeit für diesen Abschnitt.

Danach bewegt sich das Teilchen für die Gleiche Zeit $\bar{t}$ mit konstanter Geschwindigkeit $\bar{v}$ und im Dritten Abschnitt wird das Teilchen mit der gleichen (umgekehrte) Beschleunigung $-a$ gebremst, bis er erneut die Geschwindigkeit Null erreicht.

(a) Bestimmen Sie x als Funktion von t und Zeichnen Sie die angegebene Weltlinie in einem Minkowskidiagramm ein. Bestimmen Sie $\bar{t}$.

(b) Schreiben Sie den Ausdruck für die Eigenzeit τ , die für das Teilchen während des gesamten Vorgangs vergeht. Sie müssen das resultierende Integral nicht ausführen

(c) Bestimmen Sie τ für $\bar{v} \ll c$, dabei bestimmen Sie die erste relativistische Korrektur in einer Reihenentwicklung nach $\left(\frac{\bar{v}}{c}\right)^2$.

12.3 Zerfall

Ein Teilchen T der Masse M zerfällt in zwei Teilchen T_1, T_2 mit den gleichen Massen m (es gilt $2m < M$). Dabei wird die fehlende Masse in kinetische Energie umgewandelt.

Betrachten Sie zuerst das Prozess im Ruhesystem S' von T . Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der Teilchen T_1, T_2 nach dem Zerfall.

Im Laborsystem S bewegt sich T mit Geschwindigkeit V in die x -Richtung. Bestimmen Sie in S die Geschwindigkeiten der beiden Teilchen und deren Winkeln mit der x -Achse als Funktion des Winkels α mit der x -Achse in Bezugssystem S' .

12.4* Rakete

Eine Rakete werde dadurch angetrieben, dass bezüglich ihres momentanen Ruhesystems kontinuierlich Masse mit einer konstanten Geschwindigkeit ω ausgestoßen wird. Mit welcher Rate muss Masse ausgestoßen werden, damit die Beschleunigung im momentanen Ruhesystem konstant ist? Wie nimmt in diesem Fall die Masse als Funktion der Eigenzeit der Rakete ab?

Die Rakete startet von der Erde mit Geschwindigkeit $v = 0$ und Masse m_0 . Bestimmen Sie die verbleibende Ruhemasse der Rakete als Funktion der aus Sicht der Erde erreichten Geschwindigkeit.