

# 5 Mean Field

(Molekularfeldnäherung)

## 5.1 Mean Field für das Ising-Modell

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j - h \sum_i s_i$$

$$s_i s_j = [(s_i - M) + M][(s_j - M) + M] = M(s_i + s_j) - M^2 + (s_i - M)(s_j - M)$$

Wenn  $M = \langle s_i \rangle$  dann ist  $(s_i - M)(s_j - M)$  eine Korrelation der Fluktuation. Diese wird vernachlässigt! Somit gilt:  $s_i s_j \approx M(s_i + s_j) - M^2$ .  $M^2$  ist nicht von der Spinkonfiguration abhängig, jedoch von der Temperatur und der Systemgröße. Sie wird im folgenden nicht mitgeschrieben.

$$H \approx H_{MF} = -J \sum_{\langle ij \rangle} M(s_i + s_j) - h \sum_i s_i = - \sum_i s_i (qMJ + h)$$

eff. Magnetfeld  $\leftarrow$  Molekularfeld

Mit der Koordinationszahl  $q$ , z.B.  $q=4$  beim Quadratgitter.

In  $H_{MF}$  sind die Spins formal unabhängig. Jedoch gilt zusätzlich die Konsistenzbedingung:

$$M = \langle s_i \rangle$$

(damit der vernachlässigte Term (Covarianz) klein ist)

### 5.1.1 Magnetisierung im Ising-Modell mit Mean Field

$$\begin{aligned} \langle s_j \rangle_{MF} &= \frac{\sum_{\{s\}} s_j e^{-\beta H_{MF}}}{\sum_{\{s\}} e^{-\beta H_{MF}}} = \frac{\sum_{s_j = \pm 1} s_j e^{\beta s_j [qMJ + h]} \prod_{i \neq j} \sum_{s_i = \pm 1} e^{\beta s_i [qMJ + h]}}{\prod_i \sum_{s_i = \pm 1} e^{\beta s_i [qMJ + h]}} \\ &= \frac{2 \sinh(\beta(qMJ + h))}{\sum_{s_j = \pm 1} s_j e^{s_j \beta [qMJ + h]}} = \tanh \beta(qMJ + h) = M \end{aligned}$$

Somit erhalten wir die Selbstkonsistenzbedingung:

$$M = \tanh(\beta(qMJ + h)) \tag{5.1}$$

Es gibt 3 Lösungen (bei  $h = 0$ ):

- $M = 0$

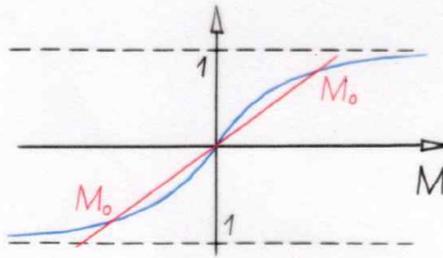


Abbildung 5.1: Lösungen bei  $h = 0$

2.  $M = \pm M_0$  (nur wenn  $\beta q J > 1$ ) (=Steigung des tanh bei  $M=0$ )

Zustandssumme:  $Z = 2^N \cosh(\beta q J M)^N = e^{-\beta F}$

$Z(M = M_0) > Z(M = 0)$  (weil  $Z(M = M_0)$  kleinere freie Energie).  $\rightarrow M=M_0$  dominiert (exponentiell)

Tc: wenn  $\beta_c q J = 1$  dann gilt:

$k_B T_c = q J$  in Mean Field Näherung.

In Mean Field hängt  $\frac{k_B T_c}{J}$  nur von  $q$  ab, jedoch nicht von der Gitterstruktur (z.B. Dimension).  
Beispiel: kubisches Gitter ( $d = 3$ ) und Dreiecksgitter ( $d = 2$ ) haben beide  $q = 6$ .

	$q$	$\frac{k_B T_c}{J}$ in MF	Exakt
1d Kette	2	1	0
2d quadr. Gitter	4	1	0.567...
3d kubisches Gitter	6	1	$\approx 0.752...$
4d hyperkubisch	8	1	1

• Näherung immer besser bei zunehmender Koordinationszahl

(vermutlich) • Exakt oberhalb der kritischen Dimension (=4 für Ising  $\Leftrightarrow$  RG)

• Mean Field vernachlässigt  $G_c(r) = \langle (s_i - \langle s_j \rangle)(s_{i+r} - \langle s_{i+r} \rangle) \rangle \propto e^{-\frac{r}{\xi}}$

• Tatsächlich: Mean Field wird besser bei kleinem  $\xi$ , d.h. weg von  $T_c$

• Die Mean Field Näherung erhält man auch bei unendlicher Dimension oder auch bei unendlicher Reichweite der Wechselwirkung.

$h = 0$ :

1. Große Koordinationszahl siehe Kasten H\_MF

$$\frac{H_q}{N} = -J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j = -J \sum_i s_i \sum_{\substack{j \text{ n.n. zu } i \\ \approx qM}} s_j \approx -qJM \sum_i s_i \approx -qJM^2 \quad \text{wie zuvor}$$

$\approx qM$  = Näherung

2. Unendliche Reichweite (mit  $r$ -unabh. Kopplung  $J$ )

$$\frac{H_{\text{inf}}}{N} = -J \sum_{i,j \neq i} s_i s_j \frac{1}{N} q = -\frac{Jq}{N} \sum_i s_i \sum_{\substack{j \neq i \\ \approx (N-1)M}} s_j = -\frac{N-1}{N} qJM \sum_i s_i$$

Der Faktor  $q$  ist Konvention und der Faktor  $\frac{1}{N}$  wurde eingefügt damit  $H$  nicht divergiert (Energie pro Platz) (hier)

Bsp aus Quantenmechanik: Vielteilchentheorie: DMFT (Dynamical Mean Field Theory) enthält Zeitabhängigkeiten!  
 $\rightarrow$  reale Materialien

(Mean Field  $\rightarrow$  Hartree Fock)

• Räumlich: Mean-Field (lokal vernachlässigt)  
• Zeitabhängigkeit: zu. mach.  $\rightarrow A(\omega)$

Technisch schwierig: Selbstkonsistenz für  $A(\omega) \rightarrow$  "Solver"

## 5.2 Bethe-Näherung

- Systematische Verbesserung von Mean-Field durch Hinzunahme weiterer Nachbarn
- Einfachste Variante (Bethe: Berücksichtige nächste Nachbarn)

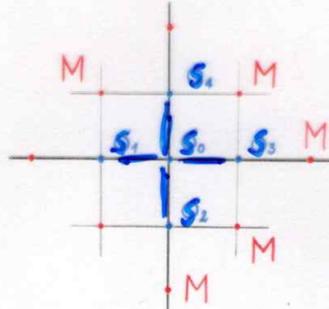


Abbildung 5.2: Schema Bethe-Näherung

Für diesen Cluster:

$$H = -J s_0 \sum_{j=1}^q s_j - h s_0 - h' \sum_{j=1}^q s_j$$

$h' \dots$  eff. Magnetfeld durch Spins außerhalb des „Clusters“:  $h' = h + (q - 1)M$

Selbstkonsistenz:  $\langle s_0 \rangle \stackrel{!}{=} \langle s_j \rangle = M$  Nach Umformen erhält man:

$$\dots = \frac{\cosh[\beta(J + h')]}{\cosh[\beta(J - h')]} = e^{2\beta h'}$$

Bedingung für  $h'$  und damit auch für  $M$ .

$h = 0$ :

Lösung:  $M \neq 0$  wenn  $\beta > \beta_c$  mit  $\coth(\beta_c J) = q - 1$

Bsp.  $d = 2$  Quadratgitter

$\frac{k_B T_c}{J}$	Mean Field	Bethe	Exakt
	4	2.885...	2.269...

- d.h.  $T_c$  viel besser als mit ursprünglichen MF
- Noch besser mit größerem Cluster
- Aber: die Wechselwirkung bei großen Abständen wird immer noch vernachlässigt: dieselben krit. Exponenten wie im ursprünglichen Mean Field

(S. 4.)

## 5.3 Mean Field als Variationsansatz

Nun werden wir durch Variation der freien Energie <sup>die</sup> Konsistenzgleichungen der Mean Field Theorie ~~berechnen~~ erhalten

**5.3.1 Bogoliubov-Ungleichung**

Bei beliebiger Aufspaltung der Hamiltonfunktion  $H = H_0 + H_1$  folgt

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{\sum_s e^{-\beta(H_0+H_1)}}{\sum_s e^{-\beta H_0}} = \langle e^{-\beta H_1} \rangle_0 \quad (5.2)$$

// ~~Damit ist der Erwartungswert einer Observablen in der Verteilung 0 gegeben~~ ist

$$\langle O \rangle_0 = \frac{1}{Z_0} \sum_s O(s) e^{-\beta H_0(s)}$$

Mathematisch gilt für eine reelle Funktion  $f(x)$  allgemein

$$\langle e^{f(x)} \rangle_{W(x)} \geq e^{\langle f(x) \rangle_{W(x)}} \quad (5.3)$$

folgt aus Konvergenz von  $e^x$  ü

bezüglich einer positiven Verteilung  $W(x) \geq 0$ . Damit ist

$$\frac{Z}{Z_0} \geq e^{-\beta \langle H_1 \rangle_0}$$

s. "Jensen's inequality"

Hier: Nutze:  $\exp(y) \geq 1+y$   
Nehme  $y = f(x) - \langle f(x) \rangle$

und mit der Definition der freien Energie  $F = -k_B T \ln Z$  folgt die

Bogoliubov-Ungleichung

$$F \leq F_0 + \langle H_1 \rangle_0 \quad (5.4)$$

Wenn man  $H_1$  so wählen kann, dass  $\langle H_1 \rangle_0 \leq 0$  gilt, dann ergibt dies eine obere Schranke für die Freie Energie. Dies ist natürlich nur dann nützlich, wenn  $F_0$  berechenbar ist.

**5.3.2 Anwendung für Mean Field**

Wir wählen  $H_0$  nun so, dass die Variablen  $\{s_i\}$  in  $H_0$  nicht miteinander, sondern nur mit einem „effektiven Potential“  $V(\{\lambda^{(j)}\})$  mit den Parametern  $\{\lambda^{(j)}\}$  wechselwirken.

**Beispiel:**  $H_0 = \sum_i f(s_i, \{\lambda\})$  analog zum Paramagneten

Mean Field erhält man, wenn man die Parameter  $\{\lambda\}$  so variiert, dass die freie Energie  $F_{var}(\{\lambda\}) := F_0(\{\lambda\}) + \langle H_1(\{\lambda\}) \rangle_0$  minimiert wird.

→ obere Schranke für F

Beispiel: Ising

Wir wählen  $H_0 = -\lambda \sum_i s_i$  (Paramagnet) mit der Zustandssumme

$$Z_0 = \sum_{\{s_i = \pm 1\}} e^{-\beta H_0} = \prod_i \left( \sum_{s = \pm 1} e^{-\beta \lambda s} \right) = (2 \cosh(\beta \lambda))^N$$

wobei N die Gesamtanzahl der Spins darstellt.  $H_1$  ergibt sich dann entsprechend der Aufspaltung von H zu

$$H_1 \equiv H - H_0 = -J \sum_{\langle ij \rangle} s_i s_j + (\lambda - h) \sum_i s_i \quad (5.5)$$

mit den Erwartungswerten:

$$\langle s_j \rangle_0 = \dots = \tanh(\beta\lambda)$$

$$\langle s_i s_j \rangle_0 \stackrel{i \neq j}{=} \langle s_i \rangle_0 \langle s_j \rangle_0 = \tanh(\beta\lambda)^2$$

wird daraus

$$\langle H_1 \rangle_0 = -J \underbrace{N \frac{q}{2}}_{\# \text{Paare}(ij)} (\tanh(\beta\lambda))^2 + (\lambda - h) N \tanh(\beta\lambda) \quad (5.6)$$

$$F_{var}(\lambda) = N \left[ -\frac{1}{\beta} \ln(2 \cosh(\beta\lambda)) - J \frac{q}{2} \tanh(\beta\lambda)^2 + (\lambda - h) \tanh(\beta\lambda) \right] \quad (5.7)$$

Nun wird die freie Energie minimiert

$$0 \stackrel{!}{=} \frac{\partial F_{var}}{\partial \lambda} \Rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$\boxed{\lambda_{min} - h \stackrel{!}{=} qJ \tanh(\beta\lambda_{min})} \Rightarrow \dots$$

$$F_{var}(\lambda_{min}) = -\frac{N}{\beta} \ln[2 \cosh(\beta\lambda_{min})] + \frac{N}{2qJ} (\lambda_{min} - h)^2 \quad (5.8)$$

Die Magnetisierung (pro Platz) ergibt sich aus der freien Energie

$$M = -\frac{1}{N} \frac{dF_{var}}{dh}$$

$$= -\frac{1}{N} \left( \frac{\partial F_{var}}{\partial h} + \underbrace{\frac{\partial F_{var}}{\partial \lambda}}_{=0 \text{ bei } \lambda_{min}} \frac{\partial \lambda}{\partial h} \right)$$

$$= \frac{\lambda_{min} - h}{qJ} \quad (5.9)$$

Gleichung 5.9 eingesetzt in 5.8 führt zu der

$$\text{Mean Field Gleichung}$$

$$\boxed{M = \tanh[\beta(qJM + h)]}$$

! wie zuvor! (5.10)

Selbes Ergebnis wie zuvor wegen der Wahl von  $H_0$ : Paramagnet

### 5.3.3 Korrelationsfunktion im Mean-Field Variations-Ansatz

Eine Skizze der Herleitung:

- Führe ortsabhängige Magnetfelder  $h_i$  ein

$$G_C(i-j) = -\frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 F}{\partial h_i \partial h_j} \quad (\text{siehe Kap 2})$$

$$= \frac{1}{\beta} \frac{\partial \langle s_i \rangle}{\partial h_j}$$

- Variationsansatz mit ortsabhängigen  $h_i$  und  $\lambda^{(i)}$   
Minimiere  $F_{var}(\{\lambda^{(i)}\})$

$$\rightarrow \dots \rightarrow \lambda_{min}^{(i)} - h_i$$

$$\stackrel{!}{=} J \sum_{NN \text{ von } i} \tanh(\beta \lambda_{min}^{(i)})$$

analog (5.8)

Konsistenzgleichungen:

$$\rightarrow \dots \rightarrow \langle s_i \rangle$$

$$\stackrel{!}{=} \tanh[\beta(h_i + J \sum_{j \text{ in } \langle ij \rangle} \langle s_j \rangle)]$$

analog (5.9)

Dies ist ein System von gekoppelten Gleichungen

- Lösung bei kleinen  $h_i$  und nahe bei  $T_C$   
Dort sind die Magnetisierungen  $\langle s_i \rangle$  klein und es folgt mit der Näherung  $\tanh(x) \approx x$  ein System von linearen Gleichungen
- Lösung dieses Gleichungssystems durch Transformation in den Impulsraum  
Für  $T > T_C$ :

$$\rightarrow \dots \rightarrow \tilde{G}_C(\vec{p}) = \frac{1}{1 - 2\beta J \underbrace{\sum_{l=1}^d \cos(p_l)}_{\text{wie } \epsilon_k}}$$

Mit der Näherung für kleine  $p_l$  (also kleine  $|\vec{p}|^2$  d.h. große Abstände im Ortsraum)

$$\cos(y) \approx 1 - \frac{y^2}{2}$$

$$\tilde{G}_C \approx \frac{\xi^2}{\beta J} \underbrace{\frac{1}{1 + |\vec{p}|^2 \xi^2}}_{\text{FFT von } e^{-T/\xi}}$$

$$\text{mit } \xi^2 = \frac{\beta J}{1 - q\beta J}$$

= 0 bei  $\beta_C$  von MF S.S. 49

Für  $T < T_C$ : ähnlich, hier aber nicht ausgeführt.

### 5.3.4 Kritische Exponenten im Mean Field

(Ising) Folgen aus:  $M = \tanh[\beta(qJM + h)]$  mit  $\beta qJ = \frac{T_c}{T}$

Bei  $h = 0$

#### 1. Kritisches Verhalten von $M$

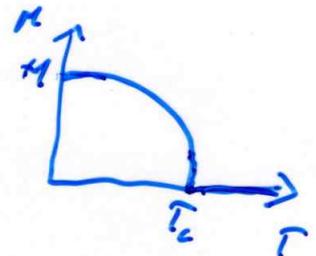
$$T \rightarrow 0 : M \rightarrow \pm 1$$

$$T \rightarrow T_c : |M| \ll 1, \beta qJ \approx 1$$

$$\Rightarrow \tanh(x) \approx x - \frac{x^3}{3} + \dots$$

Konsistenzgleichung wird zu  $M \approx \frac{T_c}{T} M - \frac{1}{3} \left(\frac{T_c}{T}\right)^3 M^3$

$$M = \pm \sqrt{\frac{3(1 - \frac{T_c}{T})}{(\frac{T_c}{T})^3}} = \pm \sqrt{3} \frac{T}{T_c} \sqrt{\frac{T_c - T}{T_c}}$$



?

Magnetisierung im Mean Field nahe  $T_c$ :

$$M = \pm \sqrt{3} (1+t) (-t)^{\frac{1}{2}} \quad (5.11)$$

MF!

Kritischer Exponent „ $\beta$ “ =  $\frac{1}{2}$  (unabhängig vom Gitter!)

Korrekt:

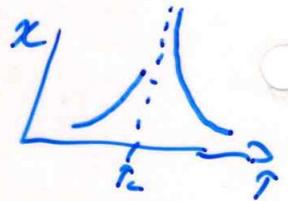
- 1d: kein Potenzverhalten  $\Delta$
- 2d:  $\beta = \frac{1}{8}$  (Quadratgitter, exakt bekannt)  $\Delta$
- 3d:  $\beta \approx \frac{5}{16}$  (Kubisches Gitter)
- $\geq 4d$ :  $\beta \approx \frac{1}{2}$  !

aber exakt:

2. Kritisches Verhalten von  $\chi$   $\sim |t|^{-\gamma}$

Folgt aus  $\chi = \frac{\partial M}{\partial h} = \dots = \frac{1-M^2}{qJ(t+M^2)}$

- $T > T_c$ :  $M \rightarrow 0$ :  $\chi = \frac{1}{qJt} \propto t^{-\gamma} \Rightarrow \gamma = 1$
- $T < T_c$ :  $M \approx \sqrt{-3t}$ :  $\chi \approx \frac{1}{qJ(-2t)} \propto t^{-\gamma'} \Rightarrow \gamma' = 1$



In Mean Field  $\gamma = \gamma' = 1$

$\chi$  bei  $T > T_c$  um Faktor 2 kleiner! als bei  $T < T_c$

Korrekt

- 1d: kein Potenzverhalten  $\Delta$
- 2d:  $\gamma = \gamma' = \frac{7}{4}$   $\Delta$
- 3d:  $\gamma = \gamma' \approx 1.24$  !

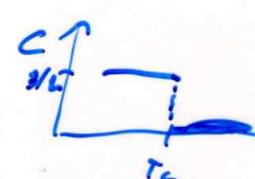
3. Kritisches Verhalten der spezifische Wärme  $c$

Folgt aus  $c \approx \frac{\partial u}{\partial T} \approx |t|^{-\alpha}$

$$E = \langle H \rangle = -J \sum_{\langle ij \rangle} \langle s_i \rangle \langle s_j \rangle \stackrel{MF}{=} -\frac{N}{2} q J M^2$$

$\Rightarrow$  Innere Energie pro Platz  $u = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \langle H \rangle = -\frac{qJ}{2} M^2$

- $T > T_c$ :  $M \rightarrow 0$ :  $c = 0$
- $T < T_c$ :  $M \approx \sqrt{-3t}$ :  $c = \frac{3}{2}$



In Mean Field: Sprung in der Wärmekapazität (d.h. Phasenübergang erster Ordnung?)

In Mean Field  $\alpha = 0$

!  $\Delta$

Korrekt:  $c$  ist stetig und hat Phasenübergang 2. Ordnung in  $d \geq 2$

Sprung?  $\Delta$   $\Delta$

4. Kritischer Exponent der Korrelationsfunktion  
aus Kapitel 5.3.3.:

$$T > T_c : \tilde{G}_c(\vec{p}) = \frac{1}{1 - 2\beta J \sum_{l=1}^D \cos(p_l)}$$

$$\vec{p} = (p_1, p_2, \dots)$$

(\*)  $|\vec{p}|$  klein :  $\tilde{G}_c(\vec{p}) \approx \frac{\xi^2}{\beta J} \frac{1}{1 + |\vec{p}|^2 \xi^2}$

$\mathcal{F}\left(e^{-\frac{r}{\xi}}\right)$

$$\xi^2 = \frac{\beta J}{1 - q\beta J} = \frac{\beta J}{1 - \frac{T_c}{T}}$$

$t = \frac{T - T_c}{T_c} \approx \frac{T}{T_c} - 1$   
 $\Rightarrow T = T_c(t+1) \stackrel{MF}{\approx} 2T_c(t+1)$

Kritischer Exponent  $\eta$ :

$\eta$  ist so gewählt, dass er in MF = 0.

Bei  $T_c$  :  $G_c(r) \propto \frac{1}{r^{d-2+\eta}} \Rightarrow \mathcal{F} \Rightarrow \tilde{G}_c(\vec{p}) \propto |\vec{p}|^{-2+\eta}$

In Mean Field  $\eta = 0$

$\left( \xi \rightarrow \infty \Rightarrow \tilde{G}_c(\vec{p}) \approx \frac{1}{\beta J} |\vec{p}|^{-2} \right)$

Kritischer Exponent  $\nu$

$\xi \propto |t|^{-\nu} : \xi^2 = \frac{1}{2t} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2}$  in MF

In Mean Field  $\nu = \frac{1}{2}$

Zusammenfassung der Kritischen Exponenten des Ising Modells:

	$\frac{k_B T_c}{J}$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\nu$	$\eta$
Mean Field	9	$\frac{1}{2} = \frac{8}{16}$	1	0 (Sprung)	$\frac{1}{2}$	0
3d Kub. Gitter $q = 6$	$\approx 4.510$	$\approx \frac{5}{16}$	$\approx 1.24$	stetig	$\approx 0.63$	$\approx 0.04$
2d Quad. Gitter $q = 4$	2.269...	$\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$	$\frac{7}{4}$	stetig	1	$\frac{1}{4}$
1d $q = 2$	"0"	"0"	"1"	stetig	"2"	"1"

Man findet:  $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$  „Scaling Relation“ (exakt in  $d = 2$ , numerisch in  $d = 3$  und auch in MF)

- MF wird besser mit zunehmender Dimension (zunehmender Koordinationszahl)
- Vermutlich exakt ab „oberer kritischen Dimension“ (= 4 bei Ising, kein Beweis)
- MF zeigt oft zu starke Ordnung, zu starke Phasenübergänge (1. Ordnung statt 2. Ordnung, 2. Ordnung statt Crossover),  $T_c$  zu hoch weil Fluktuationen vernachlässigt werden.

ü

Landau-Ansatz folgt aus MF Variationsansatz  
 $F_{\text{MF}} = \dots$  (5.8) (Ersetzen von  $\lambda_{\text{min}}$  mittels M)

**5.3.5 Landau-Theorie**

- Annahme: Die Freie Energie kann in einer Potenzreihe entwickelt werden (nicht immer korrekt). in M
- Berücksichtige Symmetrien des Modells.

MF Expansion

i.A. nicht Kredit!

Beispiel Ising:  $h=0$  ( $\Rightarrow$  Symmetrie  $M \leftrightarrow -M$ )

Ansatz:

$$F = F_0 + a_2 M^2 + a_4 M^4 + \underbrace{\mathcal{O}(M^6)}_{\text{hier nicht wichtig für krit. Verhalten}} \quad (5.12)$$

(Mit Magnetfeld entwickle mit ungeraden Potenzen von  $M$ , vernachlässige ab  $\mathcal{O}(M^5)$ ).

! Stabilität:  $a_4 > 0$  (sonst Minimum von  $F$  bei  $M \rightarrow \infty$ )

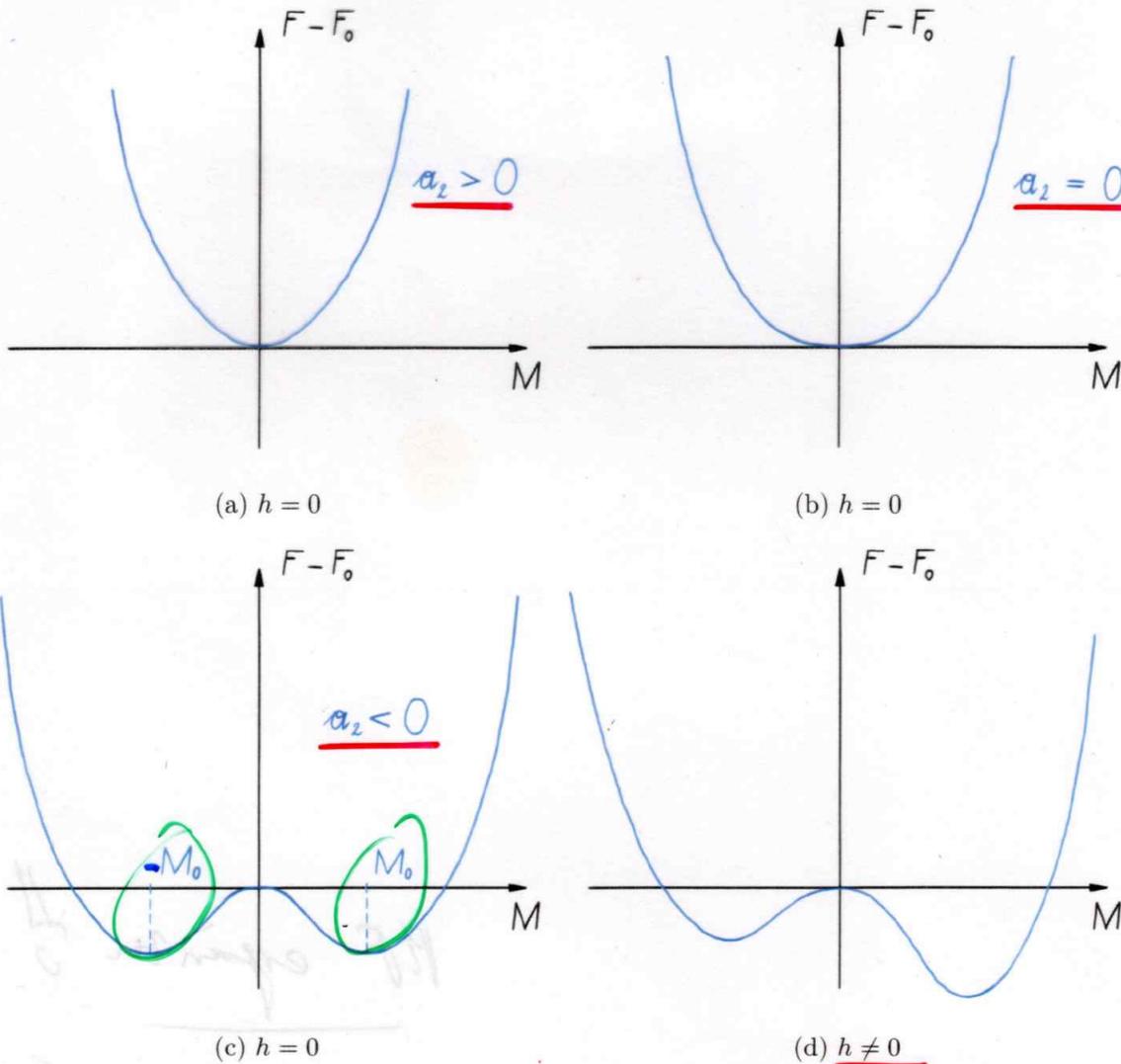


Abbildung 5.3: Freie Energie der Landau-Theorie für verschiedene Vorzeichen der Vorfaktoren.

Minimum von  $F$  bei  $\pm M_0$ :

- $a_2 > 0 \rightarrow M_0 = 0$

- $a_2 < 0 \rightarrow M_0 \neq 0$

=> Phasenübergang bei  $a_2 = 0$ . Definiere  $a_2 = \tilde{a}_2 t$  ! (folgt auch aus (5.8))

## 5.4 Landau-Ginzburg Theorie

- Erweiterung von MF um räumliche Abhängigkeit d.h. Theorie mit Fluktuationen.
- Variable: „ $\vec{\Phi}(\vec{x})$ “ kann eine „fundamentale Variable“ sein (Higgs-Mechanismus) oder Ergebnis einer Mittelung der ursprünglichen Variable (z.B. Spins) über kleine Raumvolumina (kleiner als „Auflösungsvermögen“) (= > große Abstände in Landau-Ginzburg relevant)

Ansatz: Hamilton Dichte:  $H_{LG} = \frac{1}{2}\alpha^2 |\nabla\vec{\Phi}|^2 + \frac{1}{2}\mu^2 |\vec{\Phi}|^2 + \frac{1}{4}\lambda |\vec{\Phi}|^4 - \vec{h}\vec{\Phi}$

*Zustands-Summe*

$Z_{LG} = \int \mathcal{D}\vec{\Phi} e^{-\int d^3x \beta H_{LG}(\vec{\Phi})}$   
 ähnlich wie Pfadintegral *vom  $\phi$  über  $\vec{x}$  laufen.*

$\alpha \dots$  charakteristische Länge

$\mu^2 \dots$  bestimmt Phase analog  $a_2$  bei Landau-Theorie (darf auch negativ sein)

$\lambda > 0 \dots$  für Stabilität

*$\mu^2 = a_2$   
 $\text{oder } \mu^2 = -a_2!$*

Landau-Theorie bekommt man bei räumlich konst.  $\vec{\Phi} \Rightarrow |\nabla\vec{\Phi}|^2 = 0$ .

$\rightarrow Z_L(\Phi_0) = e^{-\int d^3x \beta H_{LG}(\Phi_0)}$  mit  $\Phi_0^2 = |\vec{\Phi}|^2$

Beispiel für LG:

- Supraleitung
- Higgs-Mechanismus